

Контрольные вопросы

1. Какое тело называется оболочкой?
2. В каком случае реализуются преимущества оболочки как конструктивного элемента?
3. При каких условиях существует безмоментное состояние оболочки конечной толщины?
4. На каких предположениях основывается безмоментная (мембранная) теория оболочек?
5. Какие аппараты рассчитываются по схеме расчета осесимметричной оболочки?
6. Как выглядит схема действия усилий на элемент оболочки?
7. Какой вид имеет уравнение Лапласа?
8. К чему сводится расчет цилиндрической оболочки?
9. Как рассчитывается сферическая оболочка?
10. К чему сводится расчет конической оболочки?

Список рекомендуемой литературы

1. Соколов В.И. Основы расчета и конструирования машин и аппаратов пищевых производств. – М.: Машиностроение, 1983. – С.84-96.
2. Соколов В.И. Основы расчета и конструирования деталей и узлов пищевого оборудования. – М.: Машиностроение, 1970. – С.73-118.

Лекция 5

Тема: Сопряжение оболочек различных типов

- План:
- 5.1. Краевой эффект и зона его распространения (моментная теория)
 - 5.2. Меры по устранению или ослаблению краевого эффекта
 - 5.3. Расчет сопряжения оболочек методом сил

5.1. Краевой эффект и зона его распространения (моментная теория)

В местах сопряжения, закрепления оболочек, приложения внешних окружных нагрузок возникают деформации *изгиба*.

При соединении различных оболочек сваркой сопряжения листов выполняются в стык. В местах сопряжения оболочек различной толщины или не имеющих общей касательной, также возникают деформации изгиба.

Если материал является хрупким, а нагрузки на оболочку имеют циклический характер, то сопряжения, обусловленные этой деформацией, могут быть опасными и их следует учитывать.

Следует также учитывать, что в случае двухосного однозначного напряженного состояния при отношениях окружных и меридиональных напряжений, близких к 1, возможно хрупкое разрушение металла. Все это заставляет в каждом отдельном случае учитывать местные напряжения от изгиба, причем необходимо уметь определять их возможную величину, а также оценивать характер их влияния на прочность конструкции.

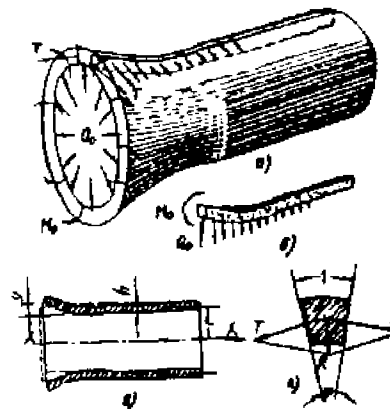


Рис. 5.1. Цилиндрическая оболочка, нагруженная распределенным изгибающим моментом и поперечной силой:
 а) схема нагружения края оболочки;
 б) полоска, выделенная из цилиндра;
 в) диаметральный сечение деформированной оболочки;
 г) схема действия усилий на сечение полоски

Для анализа работы симметричной оболочки вращения под действием симметричных нагрузок, рассмотрим работу длинной круговой цилиндрической оболочки, к краю которой приложены равномерно распределенные изгибающие моменты M_0 и поперечные силы Q_0 (рис. 5.1), приходящиеся на единицу длины окружности срединной поверхности цилиндра.

Выделим из цилиндра полоску единичной ширины. Обозначая через u радиальное перемещение полоски, найдем относительную деформацию растяжения полоски в окружном направлении:

$$\epsilon = \frac{[2\pi(r + u) - 2\pi r]}{2\pi} = \frac{u}{r}$$

Окружное напряжение в срединной поверхности

$$\sigma = E \cdot \epsilon = \frac{E \cdot u}{r}$$

где E - модуль упругости при растяжении материала оболочки.

Окружные растягивающие усилия T_σ , приходящиеся на единицу длины

$$T_\sigma = \frac{E \cdot u \cdot S}{r} \quad (5.1)$$

и составляющую, обусловленную наличием растягивающей осевой силы T_x ,

$$T_\varphi = \mu T_x. \quad (5.2)$$

Равнодействующая этих сил, направленная по радиусу

$$R = 2T\varphi/2 = \varphi \left[\frac{E \cdot y \cdot S}{r} + \mu T_x \right], \quad (5.3)$$

при этом следует заметить, что $\varphi \cdot r = 1$.

Из уравнения (5.3) следует, что равнодействующая противодействует прогибу полоски и пропорциональна этому прогибу. Так как соседние полоски препятствуют деформациям изгиба боковых граней, жесткость каждой полоски при изгибе будет больше жесткости обычной, свободно опертой балки.

Относительное удлинение полоски при ее изгибе в направлении оси цилиндра, согласно обобщенному закону Гука, $\epsilon_{m0} = \frac{(\sigma_{m0} - \sigma_{10}\mu)}{E}$, в окружном направлении $\epsilon_{r0} = \frac{(\sigma_{10} - \sigma_{m0}\mu)}{E} = 0$, (индекс «0» означает, что рассматриваемые напряжения и относительные деформации обусловлены только изгибом полоски).

Удлинение ϵ_{r0} должно быть равно нулю, т.к. перемещение в окружном направлении исключено из-за наличия соседних полосок. Тогда

$$\sigma_{r0} = \mu \sigma_{m0} \quad (5.4)$$

и, следовательно, $\epsilon_{m0} = \frac{\sigma_{m0}}{E} (1 - \mu^2) = \frac{\sigma_{m0}}{E/(1 - \mu^2)} = \frac{\sigma_{m0}}{E'}$.

Следовательно, изгиб пластинки следует рассматривать как изгиб свободной балки, но $E' > E$. Окружное напряжение на боковых гранях полоски согласно (5.4) составляет ≈30% напряжений σ_{m0} (для стали и имеет тот же знак).

Из курса сопротивления материалов известно дифференциальное уравнение, связывающее прогиб балки и распределенную нагрузку:

$$EJ d^4 y / dx^4 = q(x) \quad (5.5)$$

Его можно применить и для изгиба полоски, выделенной из цилиндрической оболочки. Силой, действующей на полоску, будет непрерывно распределенная сила сопротивления R со стороны соседних полосок при давлении внутри оболочки P и усилия $P\varphi r$. Подставляя в уравнение (5.5) вместо $q(x)$ значение R и вместо модуля упругости при растяжении E величину E' , получаем:

$$\frac{E' d^4 y}{dx^4} = -R = - \left[\left(\frac{E \cdot y \cdot S}{r^2} + \frac{\mu T_x}{r} \right) - P \right].$$

Так как направление силы сопротивления R противоположно направлению прогиба полоски, то выражение имеет знак (-).

Подставляя в последнее уравнение значение E' и R из уравнения (5.3) и учитывая, что $J = \frac{S^3}{12}$ $D = \frac{ES^3}{12(1 - \mu^2)}$, то

$$\frac{D d^4 y}{dx^4} = - \frac{E \cdot y \cdot S}{r^2} - \frac{\mu T_x}{r} + P \quad (5.6)$$

где $D = \frac{ES^3}{12(1 - \mu^2)}$ - цилиндрическая жесткость оболочки при изгибе.

Уравнение (5.6) можно записать в следующем виде:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4\beta^4 y = - \frac{\mu T_x}{rD} + \frac{P}{D}, \quad (5.7)$$

где $\beta = \sqrt[4]{[3(1 - \mu^2)] / r^2 S^2}$

Перейдем к интегрированию дифференциального уравнения (5.7). Решение уравнения представим в виде суммы общего решения однородного уравнения.

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4\beta^4 y = 0 \quad (5.8)$$

и частного решения с правой частью уравнения (5.9).

Решение однородного уравнения (5.8) имеет вид: $y = C e^{Kx}$.

Подставляя это выражение в левую часть уравнения (5.8), найдем характеристическое уравнение: $K^4 + 4\beta^4 = 0$, откуда $K = \sqrt[4]{-4\beta^4}$.

Используя правила извлечения корней из отрицательных и мнимых чисел, находим модуль числа K : $|K| = \sqrt[4]{4\beta^4}$.

Аргумент числа K будет равен аргументу подкоренного числа, деленному на показатель корня, т.е. $\frac{(\pi + 2\pi n)}{4}$, т.е. K - является комплексным числом

$$K = \sqrt[4]{4\beta^4} \left(\cos \frac{\pi + 2\pi n}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi + 2\pi n}{4} \right).$$

Заменяя n значениями 0, 1, 2, 3, находим 4 корня характеристического уравнения

$$K_1 = \beta + \beta,$$

$$K_2 = -\beta + \beta,$$

$$K_3 = -\beta - \beta_1 \quad K_4 = \beta - \beta_1$$

Тогда общее решение однородного уравнения (5.8) примет вид:

$$y = C_1 e^{(\beta+\beta_1)x} + C_2 e^{(-\beta+\beta_1)x} + C_3 e^{(-\beta-\beta_1)x} + C_4 e^{(\beta-\beta_1)x} \quad \text{или} \\ y = e^{-\beta x} (C_2 e^{+\beta_1 x} + C_3 e^{-\beta_1 x}) + e^{\beta x} (C_1 e^{+\beta_1 x} + C_4 e^{-\beta_1 x}), \quad (5.9)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 - постоянные интегрирования, представляющие собой комплексные величины.

Закон распределения поверхностных нагрузок P и T_r определяет частное решение уравнения (5.6).

В практике поверхностные нагрузки являются постоянными или меняются по линейному или квадратичному закону, тогда для \bar{y} , получим общее решение уравнения (5.7):

$$\bar{y} = \frac{1}{4\beta^4} \left(-\frac{\mu T_r}{D \cdot r} + \frac{P}{D} \right) = \left(P - \frac{\mu T_r}{r} \right) \frac{r^2}{ES} \quad (5.10)$$

где $\beta = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)/r^2 S^2}$.

5.2. Меры по устранению или ослаблению краевого эффекта

На практике определяются постоянные интегрирования через граничные условия на краях оболочки.

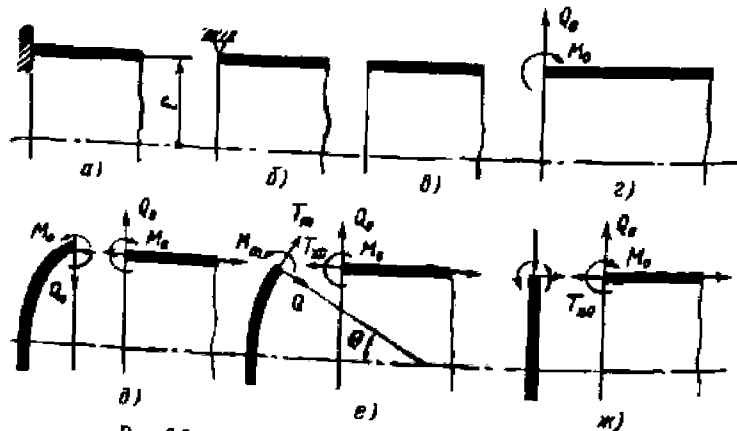


Рис. 5.2. Опирание и сопряжение краев оболочек

При жестко заделанном крае необходимо соблюдать следующие условия: $y = 0$ и $\frac{dy}{dx} = 0$ (рис. 5.2, а).

При шарнирном опирании края оболочки $y = 0$ и $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$

(т.к. $M_1 = 0$) (рис. 5.2, б).

Если край оболочки нагружен заданной силой Q_0 и моментом M_0 (рис. 5.2, в, г), то исходя из уравнения для балки,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{E \cdot y} \quad (5.11)$$

для оболочки $\frac{D \cdot d^2 y}{dx^2} = M_0, \quad \frac{D \cdot d^3 y}{dx^3} = Q_0 \quad (5.12)$

При сопряжении цилиндрической оболочки с оболочками других типов (рис. 5.2, д, е, ж) для каждого края сопрягаемых оболочек необходимо выполнить по два условия:

- равенство радиальных перемещений u или равенство окружных деформаций;
- равенство углов поворота нормали φ ;
- равенство моментов M_m и M_0 ;
- равенство составляющих внутренних сил:

$$(-T_m \cos \theta + Q \sin \theta)_m = Q_m,$$

где T_m - меридиональная сила; Q_m - краевая сила.

При сопряжении цилиндрической оболочки с плоским днищем (рис. 5.2, ж) граничные условия упрощаются, вследствие допущения о неразтяжимости срединной поверхности пластины. Первое условие сопряжения примет вид $u_0 = 0$.

5.3. Расчет сопряжения оболочек методом сил

В местах сопряжения или закрепления оболочек возникает краевой эффект. Он выражается в том, что кроме меридиональных и окружных усилий, определяемых по безмоментной теории оболочек, возникают еще:

- изгибающие моменты;
- поперечные силы;
- меридиональные и окружные усилия, обусловленные местным изгибом оболочек.

Задача решается методом сил. При этом используется условие неразрывности деформаций, заключающееся в невозможности относительных перемещений сечений сопрягаемых оболочек.

В месте сопряжения оболочку рассекают плоскостью, нормальной к оси оболочки, так, что полученная основная (статистически определимая) система состоит из двух оболочек.

К обеим оболочкам прикладывают заданные нагрузки, а в месте сечения – усилия, определяемые по безмоментной теории, а также неизвестные усилия, меридиональные моменты и силы, нормальные к оси. Затем составляют канонические уравнения метода сил.

Для пояснения рассмотрим сосуд, состоящий из двух сопряженных оболочек и находящийся под действием внутреннего давления P (рис.5.3, а).

Пусть обе оболочки деформируются независимо в результате приложенных к ним внешних сил.

Обозначим радиальное перемещение под действием внутреннего давления P края оболочки I через δ_{2P}^I и поворот его через δ_{1P}^I , а радиальное перемещение и поворот края оболочки II – через δ_{2P}^{II} и δ_{1P}^{II} соответственно.

В связи с тем, что в общем случае радиальное и угловое перемещения края оболочки I не равны соответствующим перемещениям края оболочки II , но в действительности обе оболочки не могут деформироваться независимо одна от другой, в краевых сечениях появляются противоположно направленные внутренние радиальные поперечные силы (рис.5.3, б) Q_0 (оболочка I) и Q_0' (оболочка II), а также изгибающие моменты M_0 (рис.5.3, в).

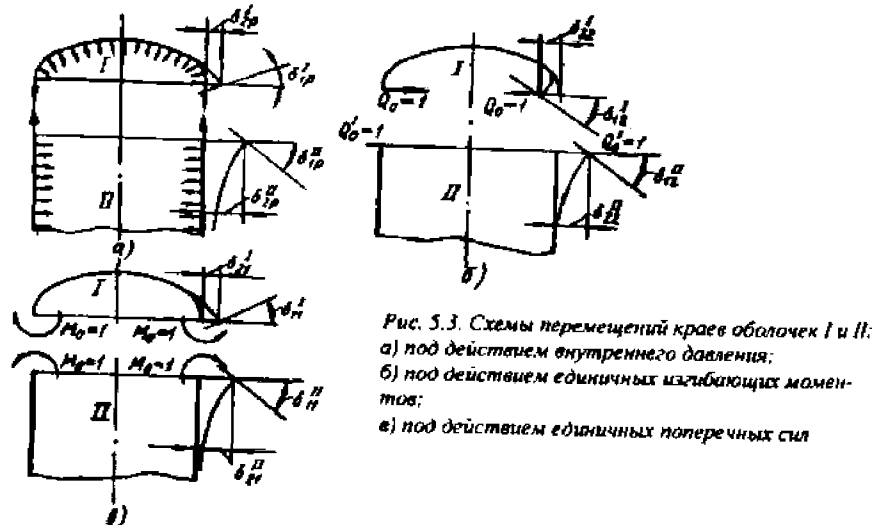


Рис. 5.3. Схемы перемещений краев оболочек I и II :
 а) под действием внутреннего давления;
 б) под действием единичных изгибающих моментов;
 в) под действием единичных поперечных сил

Видно, что радиальные перемещения и углы поворота сечений в месте сопряжения двух оболочек, образующих сосуд, равны между собой.

В связи с этим, можно написать систему уравнений в следующей канонической форме:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}^I M_0 + \delta_{12}^I Q_0 + \delta_{1P}^I &= \delta_{11}^{II} M_0 + \delta_{12}^{II} Q_0' + \delta_{1P}^{II} \\ \delta_{21}^I M_0 + \delta_{22}^I Q_0 + \delta_{2P}^I &= \delta_{21}^{II} M_0 + \delta_{22}^{II} Q_0' + \delta_{2P}^{II} \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

где δ_{22}, δ_{21} – радиальные перемещения краев оболочек под действием соответственно единичных сил и моментов;

δ_{11}, δ_{12} – угловые перемещения краев оболочек под действием соответственно единичных моментов и сил.

в) *Поперечные силы, усилия и нагрузки*, направленные по радиусу в сторону от оси оболочки и вызывающие ее растяжение, считают положительными (направленные к оси оболочки считают отрицательными).

б) *Изгибающие моменты* в окружных сечениях оболочки, направленные наружу и вызывающие растяжение внутренних волокон и сжатие наружных, считают положительными, а обратное направление – отрицательным.

Если при решении канонических уравнений усилие больше нуля, значит действительное направление усилия совпадает с принятым в расчетной схеме.

в) Перемещения под действием *радиальных сил* больше нуля, когда эти силы направлены в сторону от оси обечайки или днища и вызывают их растяжение.

г) *Угловые перемещения* положительны, если изгибающие моменты вызывают растяжение внутренних волокон одной из сопряженных оболочек (например, оболочка I , рис. 5.3) или наружных волокон другой (оболочка II).

При расчете сосудов необходимо составить выражения для перемещений от внешних сил и изгибающих моментов, приложенных к краю оболочки. Затем значение этих перемещений необходимо подставить в уравнения (5.13), из которых находятся Q_0 и M_0 .

После этого переходят к определению *меридиональных и окружных напряжений*.

Пусть длинная *цилиндрическая* оболочка, нагруженная внутренним давлением P , жестко заделана по контуру. Практически к такой схеме относится случай, когда цилиндрический сосуд жестко установлен на массивном основании.

В месте заделки цилиндрической оболочки отсутствуют как угловые, так и радиальные перемещения, т.е. можно записать:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}^c \cdot M_0^c + \delta_{12}^c \cdot Q_0^c + \delta_{1P}^c &= 0 \\ \delta_{21}^c \cdot M_0^c + \delta_{22}^c \cdot Q_0^c + \delta_{2P}^c &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

(Здесь индексы «ц» – цилиндрическая оболочка, «с» – сферическая, «к» – коническая).

Подставляя (в уравнение 5.14) значения δ_{in}^* (табл.1) и δ_{2r}^* из формулы ($\delta_{2r} = \frac{1}{E}(\sigma_r - \mu\sigma_m)$) и учитывая, что $\delta_{1r}^* = 0$, получим:

$$\frac{M_0^*}{2\beta^3 D} - \frac{Q_0^*}{2\beta^3 D} - \frac{Pr^2}{Eh} (1 - \frac{\mu}{2}) = 0;$$

$$\frac{M_0^*}{\beta} + \frac{Q_0^*}{2\beta^2 D} = 0,$$

где δ_{in}^* - единичные перемещения из таблиц для различных оболочек;
 β - коэффициент затухания;
 D - цилиндрическая жесткость оболочки.

Отсюда после подстановки значений D и β из формул

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \text{ и } \beta = \sqrt{\frac{K}{4D}} = \sqrt{\frac{Eh}{4Dr^2}} = \sqrt{\frac{3(1-\mu^2)}{r^2 h^2}} \text{ при } \mu = 0.3 \text{ получим:}$$

$$\left. \begin{aligned} M_0^* &= 0,0955 Pr h \\ Q_0^* &= 0,246 P \sqrt{rh} \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

Аналогично рассматривают задачу определения краевых усилий для жестко заделанной сферической оболочки, нагруженной внутренним давлением. В канонические уравнения метода сил, подобные уравнения (5.14), подставляют перемещения δ_{in}^* и δ_r^* для сферической оболочки (см.табл.1).

После решения полученных уравнений при $\mu = 0.3$ находят следующие выражения для краевых изгибающего момента и поперечной силы, приложенных к краю жестко заделанной сферической оболочки:

$$\left. \begin{aligned} M_0^* &= 0,442 Pr h \\ Q_0^* &= 1,61 P \sqrt{rh} \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

Таблица 1

Коэффициенты для подсчета. Единичные перемещения δ_{in}^* для оболочек наиболее распространенных форм

Оболочка	Эскиз	ρ	k_1	k_2	k_3	Примечание
Круговой цилиндр		r	k_1^0	k_2^0	k_3^0	При $l > 2,5\sqrt{\rho h}$ $k_1^0 = k_2^0 = k_3^0 = 1$
Круговой конус		R	1	$\sin \varphi$	$\sin \varphi$	-

Круговой конус пологий		R	$\frac{1}{v_1}$	$\sin \varphi$	$v_2 \sin$	$v_1 = 1 + 0,195 \sqrt{\frac{h}{\rho}} (4 - \mu) \operatorname{ctg} \varphi$ $v_2 = 1 - 0,195 \sqrt{\frac{h}{\rho}} \operatorname{ctg} \varphi$
Усеченный круговой конус		R_1	$\frac{1}{v_3}$	$\sin \varphi$	$v_2 \sin$	$v_3 = 1 - 0,195 \sqrt{\frac{h}{\rho}} (1 - \mu) \operatorname{ctg} \varphi$
Сфера		R	$\frac{1}{W_1}$	$\sin \varphi$	AW_1	$A = (\frac{\sin \varphi}{2} \frac{W_2}{W_1} - \mu \frac{\cos \varphi}{2}) \sin \varphi = \sin^2 \varphi$ $W_1 = 1 - \frac{1}{2\beta\rho} (1 - 2\mu) \operatorname{ctg} \varphi = 1$ $W_2 = 2 - \frac{1}{\beta\rho} (1 - \mu) \operatorname{ctg} \varphi = 2$
$\delta_{11} = \frac{1}{\beta D} k_1 = \frac{9,35 \sqrt{\rho h}}{h^3 E} (1 - \mu^2) k_1; \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{\delta_{11}}{2\beta} k_2 = 0,39 \sqrt{\rho h} \delta_{11} k_2;$ $\delta_{22} = \frac{\delta_{12}}{\beta} k_3 = \frac{\delta_{11}}{2\beta^2} k_2 k_3 = 0,78 \sqrt{\rho h} \delta_{11} k_2 k_3; \quad \beta = \sqrt{\frac{3(1-\mu^2)}{\rho^2 h^2}}; \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}.$						

Совместная работа цилиндрической и сферической оболочек.

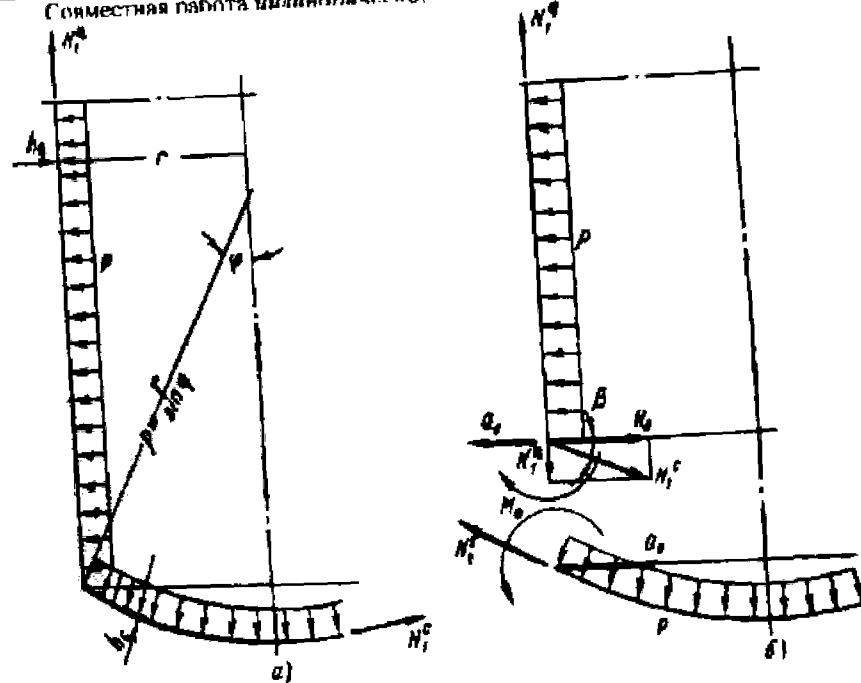


Рис. 5.4. Схемы к расчету узла сопряжения цилиндрической и сферической оболочек: а) заданная система; б) основная система

а) На край цилиндрической оболочки действует меридиональное усилие, определяемое по мембранной теории оболочек:

$$N_1^* = \sigma_m^* \cdot h_c \quad (5.17),$$

где σ_m^* - возникающее в цилиндрической оболочке мембранное меридиональное напряжение.

Кроме усилия N_1^* , к краю цилиндрической оболочки приложены краевой изгибающий момент M_0 и поперечная сила Q_0 .

б) На край сферической оболочки действуют противоположно направленные, но равные по величине краевые изгибающий момент M_0 и поперечная сила Q_0 .

На край сферической оболочки действует меридиональная мембранная сила

$$N_1^c = \sigma_m^c \cdot h_c \quad (5.18),$$

где σ_m^c - мембранное меридиональное напряжение, возникающее в сферической оболочке.

Разложим это усилие N_1^c на 2 направления: вдоль и перпендикулярно оси цилиндрической оболочки. Составляющая сила N_1^c , направленная перпендикулярно оси цилиндрической оболочки, является распорным усилием:

$$H_0 = N_1^c \cdot \cos \beta = N_1^c \cdot \text{ctg} \beta \quad (5.19)$$

Для рассматриваемого случая канонические уравнения метода сил имеют вид:

$$\delta_{11}^c M_0 + \delta_{12}^c (Q_0 - H_0) = -\delta_{11}^c M_0 + \delta_{12}^c Q_0 \quad (5.20)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{21}^c M_0 + \delta_{22}^c (Q_0 - H_0) + \delta_{2r}^c &= \delta_{21}^c M_0 - \delta_{22}^c Q_0 + \delta_{2r}^c \\ \delta_{21}^c M_0 + \delta_{22}^c (Q_0 - H_0) + \delta_{2r}^c &= \delta_{21}^c M_0 - \delta_{22}^c Q_0 + \delta_{2r}^c \end{aligned} \right\}$$

Из полученных уравнений находим:

$$M_0 = \frac{\delta_{12}^c H_0}{\delta_{11}^c + \delta_{12}^c} \quad (5.21)$$

$$Q_0 = \frac{\delta_{21}^c + \delta_{22}^c H_0 - \delta_{2r}^c}{\delta_{22}^c + \delta_{2r}^c}$$

выражения для δ_{11}^c и δ_{22}^c выбираются из табл.1.

При проектировании цилиндрических сосудов, имеющих сферические днища, рекомендуется принимать параметры сопряженных оболочек так, чтобы мембранные окружные напряжения были одинаковыми в обеих оболочках.

Это условие выполняется при $\rho = 2r$, $h_0 = h_c$ и $\varphi = 30^\circ$.

Особенность напряженного состояния материала стенок оболочки, вызванного краевыми нагрузками, является изменение значений вызываемых ими сил, моментов, напряжений и деформаций по мере удаления от края оболочки

по быстро затухающей знакопеременной волнообразной кривой, характеризующей коэффициентом затухания.

Тогда коэффициент затухания для сферической оболочки:

$$\beta = \frac{\sqrt{3(1-\mu^2)}}{\sqrt{2rh}}, \text{ при } \mu = 0,3 \quad \beta = \frac{1}{1,1\sqrt{rh}}$$

Коэффициент W_1 (табл.1): $W_1 = 1 - \frac{1}{2\beta\rho}(1-2\mu)\text{ctg}\varphi$, при $\mu = 0,3$

$$W_1 = 1 - \frac{1,1\sqrt{rh}}{2 \cdot 2r}(1-2 \cdot 0,3)\text{ctg} 30^\circ = 1 - 0,19 \sqrt{\frac{h}{r}}$$

Т.к. обычно принимают $\frac{h}{r} \leq 0,01$, то $W_1 = 1 - 0,19\sqrt{0,01} = 1$ - поправка, вводимая для пологих сферических оболочек при определении единичных перемещений края оболочки.

Пользуясь табл.1, найдем отношение перемещений $\frac{\delta_{12}^c}{\delta_{11}^c}$:

$$\frac{\delta_{12}^c}{\delta_{11}^c} = \frac{\delta_{11}^c}{\delta_{11}^c} \cdot \frac{\beta^*}{\beta^*} \cdot \frac{\sin \varphi}{W_1} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 0,5}{1} = 1.$$

По данным табл. 1 найдем отношение: $\frac{\delta_{11}^c}{\delta_{11}^c} = \frac{\sqrt{2}}{1}$, откуда

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}^c &= \sqrt{2} \delta_{11}^* \\ \delta_{12}^c &= \delta_{12}^* \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

Определим теперь для принятых условий значение коэффициента W_2 (табл.1) - поправка на единицу перемещения.

$$W_2 = 2 - \frac{1}{\beta\rho}(1-\mu)\text{ctg}\varphi = 2 - \frac{1,1\sqrt{rh}}{2r}(1-0,3)\text{ctg} 30^\circ = 2.$$

Тогда

$$\delta_{12}^c = \frac{6(1-\mu^2)}{Eh^3\beta^3} \sin^2 \varphi \left(\frac{\sin \varphi}{2} \cdot \frac{W_2}{W_1} - \mu \frac{\cos \varphi}{2} \right) = \frac{0,655 \sqrt{(rh)^3}}{Eh^3} (1-\mu^2)^{\frac{1}{2}}; \quad (5.23)$$

$$\delta_{22}^c = \delta_{22}^* W_2 / W_1.$$

Подставив коэффициенты β и W_1 , W_2 - поправки для пологих сферических оболочек и полученные значения в уравнения (5.21) и пользуясь табл. 1, получим:

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= 0,139 \text{ Pr} \sqrt{rh} \\ Q_0 &= 0,568 \text{ Pr} \end{aligned} \right\} \quad (5.24)$$

На основании уравнений, введенных ранее, можно сделать вывод, что меридиональные напряжения имеют местный характер, окружной изгибающий момент в μ раз меньше меридионального.

Согласно гипотезе энергии формоизменения эквивалентные напряжения $\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$ или $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 \sqrt{1 - \mu + \mu^2}$.

При $\mu = 0,3$, $\sigma_{\text{экв}} = 0,896 \cdot \sigma_1$, т.е. поправка, обусловленная окружающим изгибающим моментом, мала и ею можно пренебречь.

Максимальные меридиальные напряжения в зоне сопряжения цилиндрической и сферической оболочек:

$$\sigma_1 = \frac{6}{h^2} M_D + \frac{P_T}{2h}.$$

В формулах: σ_1 - меридиальные напряжения, определяемые по суммарным внутренним нагрузкам;

σ_2 - кольцевые напряжения, определяемые также по суммарным внутренним нагрузкам.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит суть моментной теории оболочек?
2. В каких местах оболочек возникают деформации изгиба?
3. Как рассчитать окружное напряжение в срединной поверхности оболочки?
4. Как рассчитать относительное удлинение полоски оболочки, при ее изгибе в направлении оси цилиндра (согласно обобщенному закону Гука)?
5. Что называется цилиндрической жесткостью оболочки при изгибе?
6. По какой формуле рассчитывается цилиндрическая жесткость оболочки при изгибе?
7. Какие условия должны быть выполнены для каждого края сопряженной оболочки при сопряжении цилиндрической оболочки с оболочками других типов?
8. В чем выражается краевой эффект в местах сопряжения оболочек?
9. Какова суть условия неразрывности деформаций?
10. К чему сводится расчет длинной цилиндрической оболочки, нагруженной внутренним давлением P ?
11. Как определяются краевые условия для жестко заделанной сферической оболочки, нагруженной внутренним давлением P ?

Список рекомендуемой литературы

1. Соколов В.И. Основы расчета и конструирования машин и аппаратов пищевых производств. – М.: Машиностроение, 1983. – С.87-98.
2. Соколов В.И. Основы расчета и конструирования деталей и узлов пищевого оборудования. – М.: Машиностроение, 1970. – С.97-120.

РАЗДЕЛ 3. ЕМКОСТНЫЕ И ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

Лекция 6

Тема: Расчет аппаратов на устойчивость

- План:
- 6.1. Общие сведения об устойчивости тонкостенных конструкций.
 - 6.2. Особенности расчета аппаратов, находящихся под действием внутреннего давления газа

6.1. Общие сведения об устойчивости тонкостенных конструкций

Элементы тонкостенных конструкций (стержни, пластины, оболочки) могут разрушаться в результате потери устойчивости.

Под *потерей* устойчивости следует понимать резкое качественное изменение характера деформации элемента конструкции, происходящее при определенном значении нагрузки.

Обычно упругая система, потерявшая устойчивость, переходит к некоторому новому положению устойчивого равновесия, отличающемуся от первоначального. Этот переход сопровождается существенными перемещениями, нарушающими возможность нормальной эксплуатации конструкции в связи с возникновением больших пластических деформаций или приводящими к полному ее разрушению. При потере устойчивости тонкостенной конструкцией нормальные и касательные напряжения в ее поперечных сечениях могут быть намного меньше предела текучести.

Нагрузку, при которой происходит потеря устойчивости, называют *критической*.

Например, прямолинейная форма равновесия *сжатого стержня* устойчива только в том случае, когда сжимающая стержень сила меньше критической. При силе, большей критической, стержень изгибается, прямолинейная форма равновесия перестает быть устойчивой.

Тонкостенная *цилиндрическая оболочка*, нагруженная внешним давлением, способна потерять устойчивость. При этом круговая форма ее поперечного сечения может перейти, например, в эллиптическую, и оболочка сплющивается, хотя напряжение в стенках оболочки может быть меньше предела текучести.

Следует заметить, что потеря устойчивости происходит, в основном, из-за неизбежных начальных неправильностей в форме срединной поверхности оболочек (отклонение геометрической формы конструкции от идеальной).

Очень *тонкие* конструкции оболочек могут терять устойчивость скачкообразно, с так называемым «прощелкиванием», в этом случае новое равновесное состояние может быть сохранено при незначительной величине внешней